

Universität Konstanz
Fachbereich Physik, SS 2012

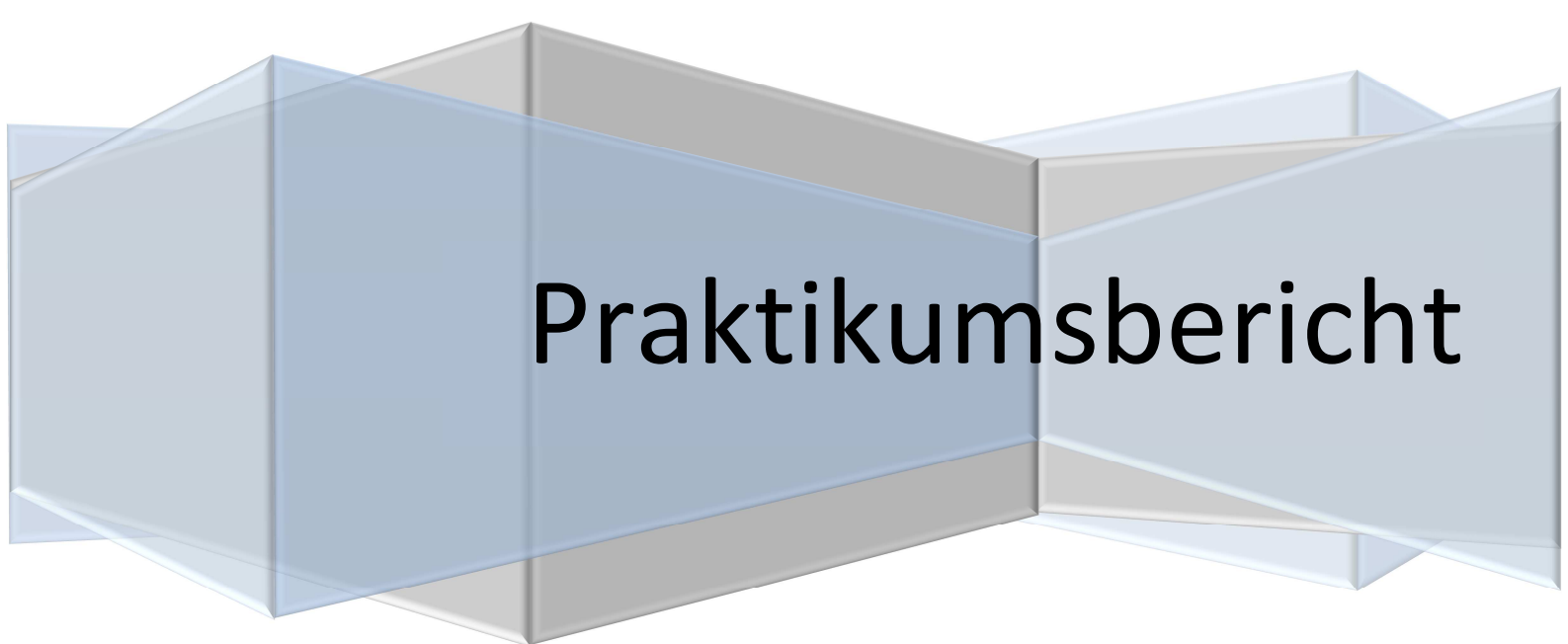
Elektrischer Schwingkreis & Schwingungssiebe

Physikalisches Anfängerpraktikum 2

René Sedlak, Simon Hönl

Tutor: Gabriel Micard

Versuchsdatum: 29.5./5.6.2012, Abgabedatum: 19.6.2012



Praktikumsbericht

AP-Bericht „Elektrischer Schwingkreis & Schwingungssiebe“ – René Sedlak, Simon Hönl

Inhaltsverzeichnis

1.	Grundlagen	2
1.1	Einführung und Motivation des Versuchs	2
1.2	Gleich- und Wechselstromwiderstände	2
1.3	Energie in Spule und Kondensator	5
1.4	Auf- und Entladevorgänge am Kondensator	6
1.5	Schwingkreis	8
1.5.1	Freie Schwingung.....	8
1.5.2	Erzwungene Schwingung.....	9
1.6	Hoch- und Tiefpass	10
1.7	Digitales Speicheroszilloskop.....	14
1.8	Fragen.....	14
2.	Auswertung	16
2.1	Schwingkreis Versuchsteil I	16
2.2	Schwingkreis Versuchsteil II	17
2.3	Schwingkreis Versuchsteil III	19
2.4	Auswertung Schwingungssiebe	22
3.	Fehlerrechnung	27
a.	Grundformeln der Fehlerrechnung	27
b.	Fehlerdiskussion Schwingkreis	27
c.	Fehlerdiskussion Schwingungssiebe.....	29
	Quellenverzeichnis	30

1. Grundlagen

1.1 Einführung und Motivation des Versuchs

Dieser Doppelversuch beschäftigt sich mit elektromagnetischen Schwingungen. Während beim Schwingkreis eher hochfrequente Schwingungen und die Einflüsse der Bauteile Kondensator, Spule und Kondensator untersucht werden, beschäftigen sich die Schwingungssiebe mit speziellen Anordnungen dieser Bauteile, die bestimmte Frequenzbereiche der elektromagnetischen Schwingung herausfiltern.

1.2 Gleich- und Wechselstromwiderstände¹

Bei **Gleichstrom** ist der Widerstand eines Kondensators unendlich groß. Der Gleichstromwiderstand einer Spule ist gleich ihrem Ohmschen Widerstand. Bei Wechselstrom ändert sich dies.

Hierfür wird der **Wechselstromwiderstand X** eingeführt, auch Reaktanz genannt. Er besitzt dieselbe Einheit wie der Gleichstromwiderstand.

Die Reaktanz eines Ohmschen Widerstands ist gleich seinem Gleichstromwiderstand.

$$X_R = R$$

Eine **ideale Spule**– also ohne Ohmschen Widerstand– mit der Induktivität L besitzt unter Wechselstrom der Frequenz f mit $\omega = 2\pi \cdot f$ den Wechselstromwiderstand

$$X_L = \omega L$$

Herleitung:

Für die induzierte Spannung U_i in einer idealen Spule gilt die Beziehung

$$U_i(t) = -L \cdot \dot{I}$$

Aus der Maschenregel des Kirchhoffschen Gesetzes folgt

$$U(t) + U_i(t) = 0$$

$$U_0 \cos \omega t - L \cdot \dot{I} = 0$$

$$\frac{U_0 \cos \omega t}{L} = \frac{dI}{dt}$$

$$I(t) = \int \frac{U_0 \cos \omega t}{L} dt = \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t$$

¹ entnommen aus Praktikumsbericht „Wheatstonesche Brücke & Elektrolytischer Trog“ von René Sedlak und Simon Hönl

$$\Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$$

$$X_L = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{\frac{U_0}{\omega L}} = \omega L$$

Man spricht auch von ihrer **Induktanz**.

Ein **Kondensator** mit Kapazität C hat bei Wechselstrom mit Kreisfrequenz ω den Wechselstromwiderstand

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

, auch **Kapazität** genannt.

Herleitung:

$$U(t) = U_0 \cdot \sin \omega t$$

daher:

$$Q(t) = Q_0 \cdot \sin \omega t$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = \omega \cdot Q_0 \cdot \cos \omega t = \omega \cdot C \cdot U_0 \cdot \cos \omega t = I_0 \cdot \cos \omega t$$

$$\Rightarrow I_0 = \omega \cdot C \cdot U_0$$

$$X_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{\omega \cdot U_0 \cdot C} = \frac{1}{\omega C}$$

Nun soll noch ein wichtiger allgemeiner Fall betrachtet werden, die **LCR-Schaltung**. In einem Wechselstromkreis werden ein Ohmscher Widerstand R , ein Kondensator der Kapazität C und eine Spule der Induktivität L in Reihe geschaltet.

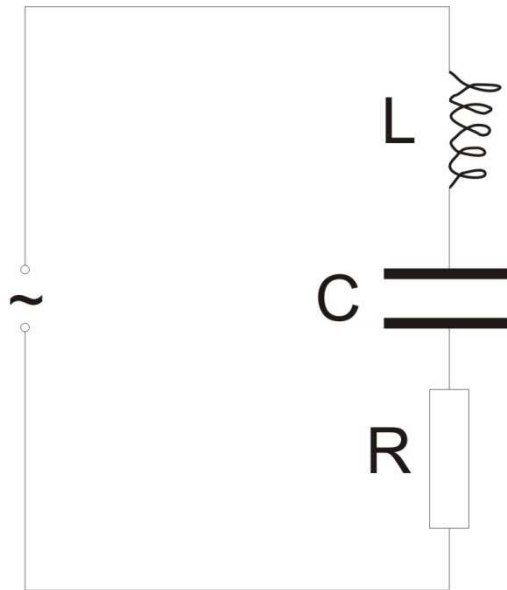


Abbildung 1: LCR-Schaltung

Es soll nun der Gesamtwiderstand Z ermittelt werden.

Man wählt den Ansatz

$$U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t}$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}$$

Aus der Maschenregel der Kirchhoffschen Gesetze folgt, dass die Summe aus äußerer Spannung und durch die Spule induzierter Spannung gleich der Summe der Spannungen an Kondensator und Ohmschem Widerstand sein muss.

$$U + U_{ind} = U_C + U_R$$

$$U = \frac{Q}{C} + I \cdot R + L \cdot \dot{I} \quad \left| \frac{d}{dt} \right.$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{I}{C} + \frac{dI}{dt} \cdot R + L \cdot \frac{d^2 I}{dt^2}$$

Einsetzen von $U(t)$ und $I(t)$:

$$i\omega U_0 \cdot e^{i\omega t} = \frac{I_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}}{C} + i\omega I_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)} \cdot R + L \cdot i^2 \omega^2 I_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$i\omega U_0 \cdot e^{i\omega t} = I_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)} \left(\frac{1}{C} + i\omega R - L\omega^2 \right)$$

$$\frac{U_0}{I_0} = e^{-i\varphi} \left(\frac{1}{i\omega C} + R - Li\omega \right)$$

$$Z = e^{-i\varphi} \left(R + i \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right)$$

Man sieht, dass der Gesamtwiderstand eine komplexe Größe ist. Die Darstellung auf der komplexen Zahlenebene erfolgt im folgenden Kapitel.

Der Betrag des Gesamtwiderstands, auch als Scheinwiderstand oder Impedanz bezeichnet, berechnet sich stur nach den Rechenregeln für komplexe Zahlen.

$$|Z| = \sqrt{\operatorname{Re}(Z)^2 + \operatorname{Im}(Z)^2}$$

also

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Der Realteil des Scheinwiderstands wird als Wirkwiderstand, oder Resistanz bezeichnet. Der Wirkwiderstand erzeugt keine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke und ist für die Umwandlung von elektrischer Energie in andere Energieformen, wie z.B. thermische Energie verantwortlich.

Der Imaginärteil des Scheinwiderstands wird als Blindwiderstand, oder Reaktanz bezeichnet. Er sorgt für eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke, aber wandelt keine elektrische Energie in andere Energieformen um. Die elektrische Energie wird lediglich transportiert, z.B. bei der Hemmung des Stromflusses durch eine Induktionsspannung.

Für die Phasenverschiebung φ gilt:

$$\tan \varphi = \frac{\operatorname{Im}(Z)}{\operatorname{Re}(Z)} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

1.3 Energie in Spule und Kondensator

Zur Berechnung der magnetischen Energie einer Spule wird diese über einen Ohmschen Widerstand R kurzgeschlossen. Der Stromfluss durch die Spule ruft eine Induktionsspannung hervor.

$$U_R + U_{ind} = 0$$

$$IR + L\dot{I} = 0$$

Die Differentialgleichung wird über den Ansatz

$$I = I_0 \cdot e^{\alpha t}$$

gelöst.

$$RI_0 \cdot e^{\alpha t} + \alpha LI_0 \cdot e^{\alpha t} = 0$$

$$R + \alpha L = 0$$

$$\alpha = -\frac{R}{L}$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{magn}} &= \int_0^{\infty} U(t) \cdot I(t) dt = \int_0^{\infty} R \cdot I^2(t) dt \\ &= R \cdot I_0^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{2R}{L}t} dt = \left[-\frac{R \cdot I_0^2 \cdot L}{2R} \cdot e^{-\frac{2R}{L}t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{2} L I_0^2 \end{aligned}$$

Zur Berechnung der elektrischen Feldenergie eines Kondensators wird angenommen, dass er über einen Ohmschen Widerstand R entladen wird. Daraus ergibt sich für die Spannungen:

$$U_R + U_C = 0$$

$$IR + \frac{Q}{C} = 0 = \dot{Q}(t) \cdot R + Q(t) \cdot \frac{1}{C}$$

Die Differentialgleichung wird mit dem Ansatz $Q(t) = Q_0 \cdot e^{\beta t}$ gelöst.

$$R\beta Q_0 \cdot e^{\beta t} + Q_0 \frac{1}{C} \cdot e^{\beta t} = 0$$

$$R\beta + \frac{1}{C} = 0 \Leftrightarrow \beta = -\frac{1}{RC}$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \Leftrightarrow U(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$E_{\text{el}} = \int_0^{\infty} U(t) \cdot I(t) dt = \frac{U_0 Q_0}{RC} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2}{RC}t} dt = \left[-U_0 Q_0 \frac{RC}{2RC} \cdot e^{-\frac{2}{RC}t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{2} C U_0^2$$

1.4 Auf- und Entladevorgänge am Kondensator

Wird ein Kondensator der Kapazität C mit Gleichspannung U' über einen Ohmschen Widerstand aufgeladen, erhält man:

$$U' = U_R(t) + U_C(t) = R \cdot I(t) + \frac{Q(t)}{C} = R \cdot \dot{Q}(t) + \frac{Q(t)}{C}$$

Die Lösung der Differentialgleichung lautet

$$U(t) = U' \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$$

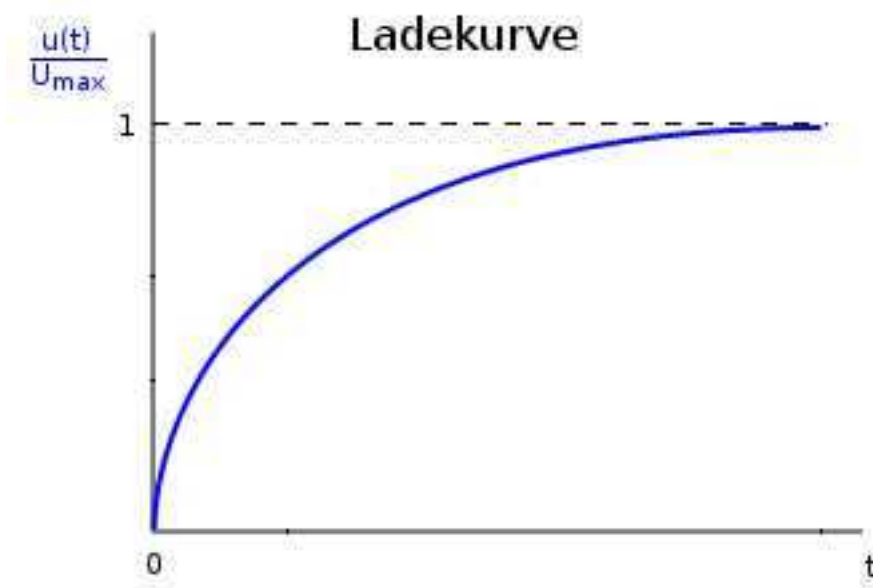


Abbildung 2: Ladekurve eines Kondensators

Wie im vorherigen Kapitel wird der Kondensator über einen Ohmschen Widerstand R entladen.

$$U_R + U_C = 0$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \Leftrightarrow U(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

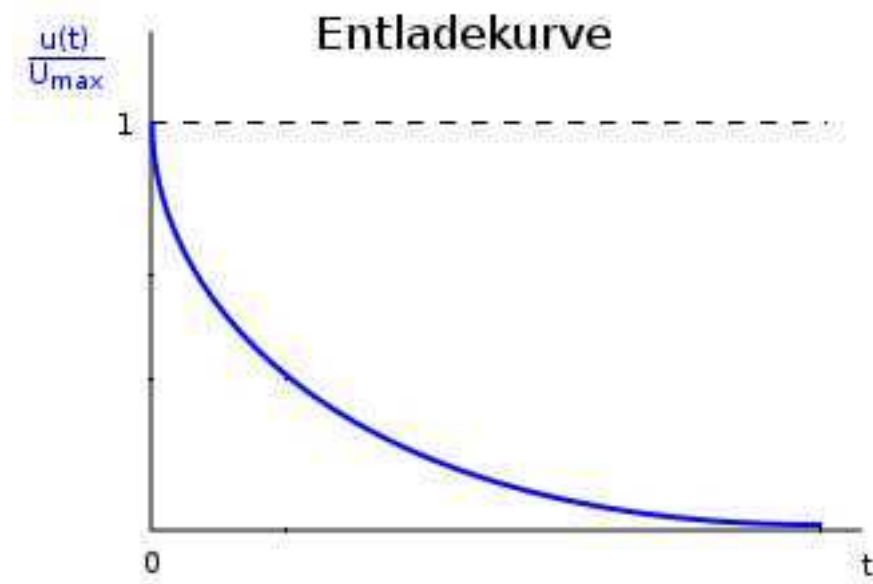


Abbildung 3: Entladekurve eines Kondensators

Das Produkt RC wird auch als Zeitkonstante τ bezeichnet. Hierauf wird in der Auswertung des RC -Glieds zurückgegriffen werden.

1.5 Schwingkreis

Bei einem Schwingkreis sind ein Kondensator und eine Spule parallel miteinander verbunden. Der Kondensator entlädt sich über die Spule. Dabei wird die Kondensatorspannung abgebaut und durch den Stromfluss in der Spule eine Induktionsspannung hervorgerufen. Die elektrische Feldenergie des Kondensators wird also in magnetische Energie umgewandelt. Durch den Stromfluss wird der Kondensator umgekehrt wieder aufgeladen, bis der Strom zu erliegen kommt und der Kondensator wieder beginnt, sich zu entladen. Auf diese Weise entsteht eine Oszillation.

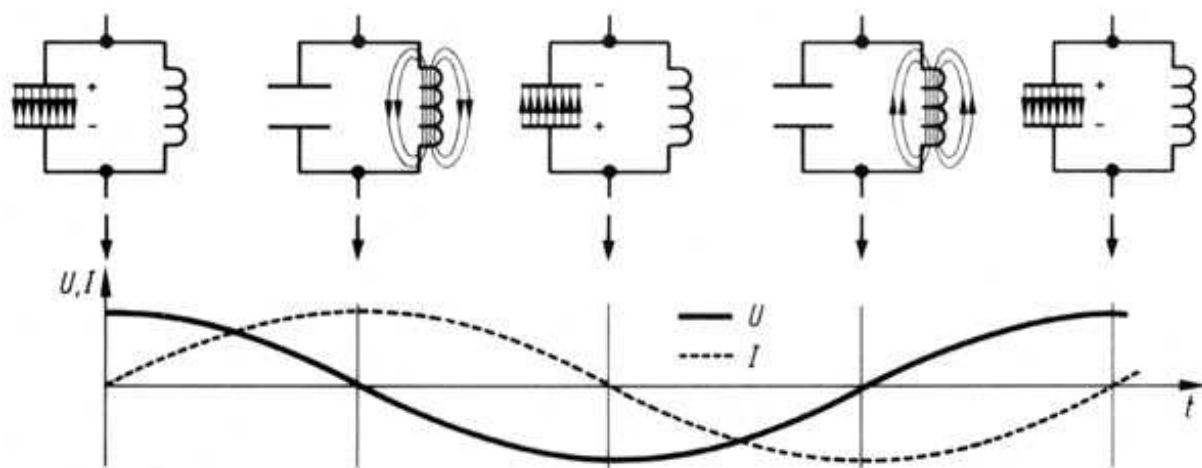


Abbildung 4: Elektrischer Schwingkreis

1.5.1 Freie Schwingung

Ist zusätzlich ein Ohmscher Widerstand R in die Schaltung eingebaut, so wird die Schwingung gedämpft, die Spannungsmaxima werden immer kleiner. Auch hier kann die Differentialgleichung aufgestellt werden.

$$U_L(t) + U_C(t) + U_R(t) = 0$$

$$L \cdot \ddot{Q}(t) + R \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{C} \cdot Q(t) = 0$$

$$\ddot{Q}(t) + 2\beta \cdot \dot{Q}(t) + \omega_0^2 \cdot Q(t) = 0$$

$\beta = \frac{R}{2L}$ heißt Dämpfungskonstante und $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ bezeichnet die Eigenfrequenz des Schwingkreises ohne Dämpfung.

Einen Lösungsansatz der DGL erhält man durch $Q(t) = Q_0 \cdot e^{\lambda t}$.

Q_0 ist die Anfangsladung des Kondensators. Die Lösung des charakteristischen Polynoms

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0$$

liefert die Nullstellen $\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. Aufgrund der Diskriminante müssen nun drei Fälle unterschieden werden:

a) Schwingfall (schwache Dämpfung, $\beta^2 < \omega_0^2$)

Hier ist die Dämpfung so schwach, dass eine Schwingung zustande kommt. Die Kreisfrequenz ω_g beträgt

$$\omega_g = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Daraus erhält man als Lösung der Differentialgleichung

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega_g t) \text{ mit } a, b \in \mathbb{R}$$

Die e-Funktion wird als Einhüllende bezeichnet. Auf dieser Kurve liegen die Maxima des Spannungsverlaufs.

b) Kriechfall (starke Dämpfung, $\beta^2 > \omega_0^2$)

Beim Kriechfall ist die Dämpfung so stark, dass keine Schwingung mehr möglich ist. Wird das System ausgelenkt, so „kriecht“ es in seine Ruhelage zurück, ohne dass es zu einem Nulldurchgang kommt. Die allgemeine Lösung der DGL lautet hier:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \left(a \cdot e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + b \cdot e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right) \text{ mit } a, b \in \mathbb{R}$$

c) Aperiodischer Grenzfall ($\beta^2 = \omega_0^2$)

Beim aperiodischen Grenzfall hingegen ist ein Nulldurchgang möglich. Das ausgelenkte System schwingt in der kürzest möglichen Zeit in die Ruhelage zurück. Bei Betrachtung der Lösung

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\beta t}$$

wird klar, dass kein schwingfähiges System mehr vorliegt.

1.5.2 Erzwungene Schwingung

Nun soll noch der Fall eines getriebenen Oszillators betrachtet werden. Die Schwingung soll mit einer sinusförmigen Erregerspannung $U_{err}(t) = U_0 \cdot \sin(\omega_{err} t)$ angeregt werden. Mittels induktiver Kopplung wird die Erregerfrequenz von einer zweiten, äußeren Spule auf die Spule des Schwingkreises übertragen. Die Schwingungen überlagern sich und es stellt sich nach einem Einschwingvorgang eine Schwingung mit der Erregerfrequenz ein. Es ergibt sich eine inhomogene Differentialgleichung.

$$\ddot{Q}(t) + \frac{R}{L} \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{LC} \cdot Q(t) = \frac{U_{err}(t)}{L}$$

Löst man diese Differentialgleichung, so erhält man für die Spannungsamplitude U_{res} :

$$U_{res} = U_{err} \cdot \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

Zwischen der Erregerschwingung und dem Schwingkreis ergibt sich eine Phasenverschiebung φ .

$$\tan \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Im Fall der Resonanzfrequenz ($\omega_{err} = \omega_0$) kommt es ohne Dämpfung zur Resonanzkatastrophe, wobei die resultierende Spannungsamplitude divergiert. Die Phasenverschiebung beträgt dann $\varphi = -\frac{\varphi}{2}$.

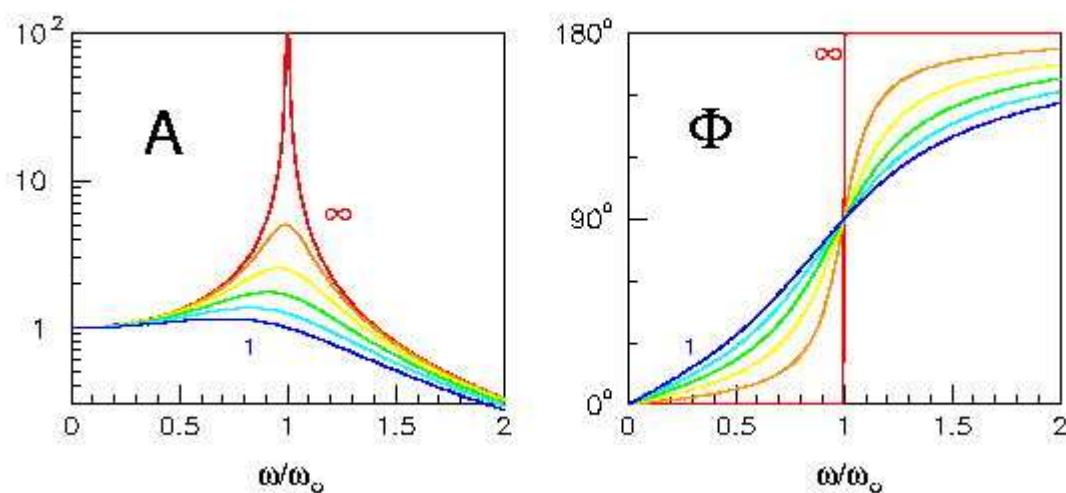


Abbildung 5: Abhängigkeit der Amplitude und Phasendifferenz von der Frequenz

1.6 Hoch- und Tiefpass

Schwingungssiebe fungieren als Spannungsteilerschaltung für Wechselspannungen. Die Bezeichnung „Sieb“ rührt daher, dass sie aus einem breiten Frequenzbereich elektromagnetischer Schwingungen ein bestimmtes Band an Frequenzen „heraussieben“. Ein Schwingungssieb heißt „Hochpass“, wenn es gerade die hohen Frequenzen durchlässt und für die niedrigen Frequenzen sperrt und „Tiefpass“, wenn gerade die niedrigen Frequenzen herausgesiebt werden, während die hohen Frequenzen nicht durchgelassen werden.

Es gibt zwei wesentliche Arten von Schwingungssieben. Die RC-Schaltung basiert auf der Kapazität eines Kondensators und eines Ohmschen Widerstandes, die LC-Schaltung setzt auf eine Kombination aus Spule und Kondensator.

Zunächst betrachten wir den RC-Hoch- und Tiefpass. Hier sind die jeweiligen Schaltbilder.

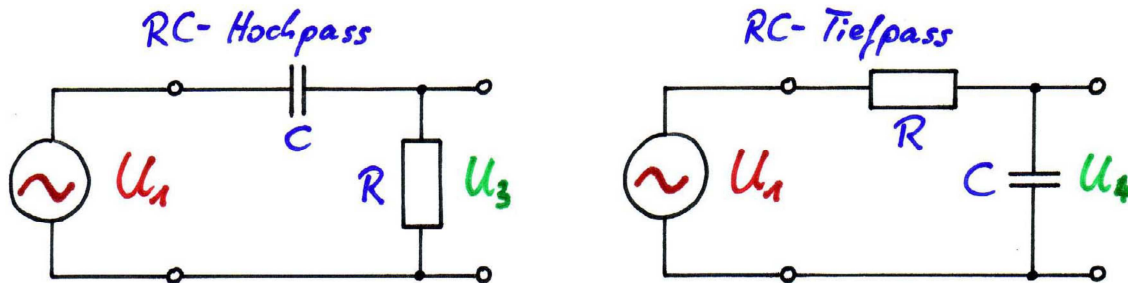


Abbildung 6: RC-Hoch- und Tiefpass

Weiter oben wurden die Wechselstromwiderstände hergeleitet. Diese sind zur Erinnerung:

$$X_R = R$$

$$X_C = \frac{1}{i\omega C}$$

$$X_L = i\omega L$$

Für hohe Frequenzen strebt der kapazitive Widerstand offensichtlich gegen Null, während der induktive Widerstand unendlich groß wird. Für niedrige Frequenzen stellt ein Kondensator zunehmend eine Unterbrechung des Stromkreises dar, der Widerstand geht also gegen Unendlich, wohingegen eine Spule für niedrige Frequenzen einem Kurzschluss mit Widerstand Null nahekommt.

In der linken Schaltung wird der Widerstand des Kondensators für hohe Frequenzen Null. Die Ausgangsspannung ist also nahezu gleich der Eingangsspannung. Bei niedrigen Frequenzen stellt der Kondensator einen unendlich hohen Widerstand dar, also wird fast keine Ausgangsspannung mehr zu verzeichnen sein.

Wir betrachten das Verhältnis von Ausgangsspannung U_3 zu Eingangsspannung U_1 .

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{R \cdot I(t)}{\left(R + \frac{1}{i\omega C}\right) \cdot I(t)} = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{\omega \cdot C \cdot R}{\omega \cdot C \cdot R - i} = \frac{(\omega \cdot C \cdot R)^2 + i \cdot \omega \cdot C \cdot R}{(\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1}$$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{U_3}{U_1} \right| &= \sqrt{\left(\frac{(\omega \cdot C \cdot R)^2}{(\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1} \right)^2 + \left(\frac{\omega \cdot C \cdot R}{(\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1} \right)^2} = \sqrt{\frac{(\omega \cdot C \cdot R)^4 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}{((\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1)^2}} \\
&= \sqrt{\frac{(\omega \cdot C \cdot R)^2 + ((\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1)}{((\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1)^2}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{((\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1)}{(\omega \cdot C \cdot R)^2}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot C \cdot R)^2}}}
\end{aligned}$$

$$\left| \frac{U_3}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 1 \Rightarrow |U_3| = |U_1| \neq 0$$

$$\left| \frac{U_3}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0 \Rightarrow U_3 = 0$$

Für die Phasenverschiebung φ wird die Formel in Kapitel 1.2 verwendet.

$$\tan \varphi = \frac{\operatorname{Im}\left(\frac{U_3}{U_1}\right)}{\operatorname{Re}\left(\frac{U_3}{U_1}\right)} = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

Beim Tiefpass schließt der Kondensator für hohe Frequenzen die beiden Leitungen kurz, sodass die Ausgangsspannung U_4 Null wird. Bei niedrigen Frequenzen sperrt der Kondensator, sodass die Ausgangsspannung gegen die Eingangsspannung konvergiert.

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{\frac{1}{i\omega C} \cdot I(t)}{\left(R + \frac{1}{i\omega C}\right) \cdot I(t)} = \frac{1}{1 + i\omega CR} = \frac{1 - i\omega CR}{1 + (\omega CR)^2} = \frac{1}{1 + (\omega CR)^2} - i \cdot \frac{\omega CR}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$\left| \frac{U_4}{U_1} \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{(\omega \cdot C \cdot R)^2 + 1} \right)^2 + \left(-\frac{\omega CR}{1 + (\omega CR)^2} \right)^2} = \sqrt{\frac{1 + (\omega CR)^2}{(1 + (\omega CR)^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$

$$\left| \frac{U_4}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0 \Rightarrow U_4 = 0$$

$$\left| \frac{U_4}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 1 \Rightarrow |U_4| = |U_1| \neq 0$$

Beim Einsetzen erkennt man, dass sich für die Phasenverschiebung wieder die gleiche Formel wie beim Hochpass ergibt.

Die Grenzfrequenz ω_g ist die Frequenz, bei der sich ein Spannungsverhältnis von $\frac{1}{\sqrt{2}}$ einstellt.

$$\omega_g = \frac{1}{RC}$$

$\tau = \frac{1}{\omega_g} = RC$ beichnet die kapazitive Zeitkonstante.

Bei der LC-Variante wird eine Spule als Bauelement verwendet. Um keinen Kurzschluss zu verursachen, wird trotzdem ein Ohmscher Widerstand eingebaut. Wieder wird das Spannungsverhältnis gebildet, zunächst für den LC-Hochpass.

$$\frac{U_5}{U_1} = \frac{X_L \cdot I(t)}{(X_C + X_L) \cdot I(t)} = \frac{i\omega L}{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L}$$

$$\left| \frac{U_5}{U_1} \right| = \left| \frac{i\omega L}{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L} \right| = \frac{1}{\left| 1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right|}$$

$$\left| \frac{U_5}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 1 \Rightarrow |U_5| = |U_1| \neq 0$$

$$\left| \frac{U_5}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0 \Rightarrow U_5 = 0$$

Durch den LC-Hochpass werden also niedrige Frequenzen herausgefiltert.

Ebenso geht man beim LC-Tiefpass vor.

$$\frac{U_6}{U_1} = \frac{X_C \cdot I(t)}{(X_C + X_L) \cdot I(t)} = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L}$$

$$\left| \frac{U_6}{U_1} \right| = \left| \frac{\frac{1}{i\omega C}}{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L} \right| = \frac{1}{|1 - \omega^2 LC|}$$

$$\left| \frac{U_6}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0 \Rightarrow U_6 = 0$$

$$\left| \frac{U_6}{U_1} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 1 \Rightarrow |U_6| = |U_1| \neq 0$$

Beim LC-Tiefpass werden also die hohen Frequenzen ausgefiltert.

Auch im LC-Falle gibt es eine Grenzfrequenz, bei der das oben erwähnte Spannungsverhältnis vorliegt.

$$\omega_g = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

1.7 Digitales Speicheroszilloskop

Ein wichtiges Werkzeug bei diesen Versuchen ist das digitale Speicheroszilloskop. Durch eine Glühkathode werden Elektronen freigesetzt, die anschließend mittels einer Beschleunigungsspannung beschleunigt und durch einen Wehnelt-Zylinder zu einem Elektronenstrahl gebündelt werden. Der Strahl trifft dann auf einen Schirm und erzeugt einen leuchtenden Punkt. Auf diese Weise werden die Graphen der Spannungsverläufe dargestellt. Gesteuert wird der Elektronenstrahl mithilfe zweier Ablenkkondensatoren. Je nach Eingangsspannung und -signal wird der korrekte Spannungsverlauf damit angezeigt. Beim digitalen Speicheroszilloskop werden die Eingangssignale in digitale Information umgewandelt und können so abgespeichert werden.

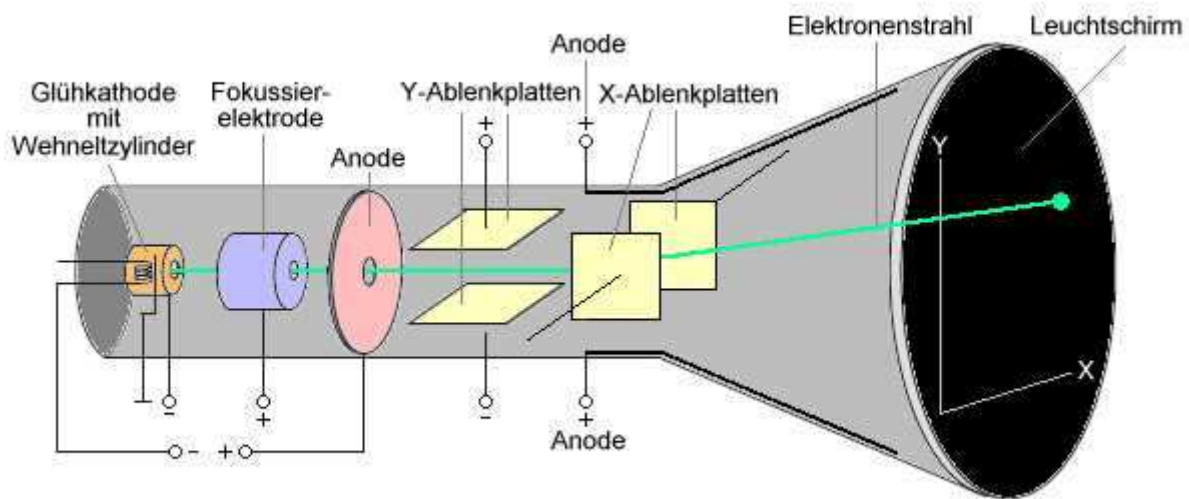


Abbildung 7: Schema Oszilloskop

1.8 Fragen

1. Ist die in diesem Experiment mit dem Oszilloskop erzielte Messgenauigkeit ausreichend, um die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Dämpfung zu bestimmen?

Für die Kreisfrequenz gilt

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

also

$$T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \beta^2}}$$

Die Schwingdauer T und die Eigenschwingdauer T_0 liegen in diesem Versuch bei den verwendeten Dämpfungen nur wenige Nanosekunden auseinander. Solch geringe Zeitintervalle kann das Oszilloskop nicht auflösen. Die Messgenauigkeit reicht also nicht aus, die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Dämpfung zu bestimmen.

2. Beweisen Sie, dass das sog. Spannungsresonanzmaximum für die Spannung U_C am Kondensator bei $\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ liegt.

Es wird die Formel für den Amplitudenverlauf betrachtet.

$$U_{res} = U_{err} \cdot \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

Leitet man nach ω ab, so ergibt sich:

$$\frac{dU_{res}}{d\omega} = U_{err} \cdot \frac{2\omega_0^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 + 2\beta^2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

Setzt man diesen Term gleich Null, so erhält man außer der physikalisch sinnlosen Lösung $\omega = 0$ die Gleichung

$$\omega_0^2 - \omega^2 + 2\beta^2 = 0$$

Mit der Mitternachtsformel folgt

$$\omega = \pm \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

wobei nur der positive Term physikalisch Sinn macht. Also erhalten wir ein Spannungsmaximum für

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

3. Beweisen Sie, dass im Gegensatz zur vorhergehenden Aufgabe das Stromresonanzmaximum bei $\tilde{\omega}_{res} = \omega_0$ liegt.

Für den Stromverlauf haben wir die Beziehung

$$I(t) = \dot{Q}(t) = C \cdot \dot{U}(t) = C \cdot U_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

Weiterhin gilt

$$I_0 = C \cdot U_0 \cdot \omega$$

und durch Nullsetzen der Ableitung von I_0 nach ω :

$$\frac{dI_0}{d\omega} = \frac{U_{Err}}{L} \cdot \frac{\omega_0^4 - \omega^4}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}^3} = 0$$

Die Lösung ist offensichtlich $\omega = \omega_0$. Hier wird die Stromresonanz maximal.

4. Warum muss bei der induktiven Ankopplung des Erregerkreises an den Schwingkreis die gegenseitige Induktivität der Spulen klein gegen die Selbstinduktivität der Spule im Schwingkreis sein?

Bei einer zu großen Induktivität der gekoppelten Spulen würden durch die Selbstinduktivität der Schwingkreisspule Rückkopplungen entstehen, die die Schwingungen stören könnten. So wäre es unmöglich, das Resonanzverhalten zu untersuchen.

2. Auswertung

2.1 Schwingkreis Versuchsteil I

Im ersten Versuchsteil wird eine gedämpfte Schwingung untersucht, die mithilfe eines y-t-Schreibers aufgezeichnet wurde.

Schwingkreis 1	Schwingkreis 2
$C = 40 \mu F$	$C = 20 \mu F$
$L = 630 H$	
$R = 280 \Omega$	

Aus den Ausdrücken soll nun die Periodendauer T und das Dämpfungsverhältnis k zweier aufeinanderfolgender Amplitudenmaxima bestimmt werden. Hierfür werden die Längen gemessen, wobei auf der Zeitachse ein Zentimeter 0,1 Sekunden entspricht.

	Streckenabschnitte x zur Periodendauerbestimmung [cm]						$\bar{x}$ [cm]
1	4,8	4,9	4,8	4,6	4,4	4,2	4,6(3)
2	3,1	3,3	3,3	3,2	3,0	2,8	3,1(2)

$$T = x \cdot 0,1 \frac{s}{cm}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Die Periodendauer beträgt im Schwingkreis 1 0,46(30) s und im Schwingkreis 2 0,31(20) s. Die Frequenz der ersten Schwingung beträgt damit 2,2(2) Hz und die Frequenz der zweiten Schwingung 3,2 (3) Hz.

	1. Maximum	2. Maximum	3. Maximum	4. Maximum
1	3,4 cm	1,5 cm	0,5 cm	0,2 cm
2	2,2 cm	1,0 cm	0,3 cm	0,1 cm

	Amplitudenverhältnisse k				$\bar{k}$
1	2,27	3,00	2,50	2,6(4)	
2	2,20	3,33	3,00	2,8(6)	

Die Dämpfungskonstante k lässt sich durch folgende Formel berechnen.

$$\beta = \frac{\Lambda}{T} = \ln k \cdot f$$

Λ bezeichnet das logarithmische Dekrement.

$$\beta_1 = 2,3(6) \text{ Hz}$$

$$\beta_2 = 3,4(9) \text{ Hz}$$

Aus der Formel

$$\beta = \frac{R_{ges}}{2L}$$

wird nun noch der Gesamtwiderstand berechnet. Er beträgt im ersten Schwingkreis $R_{ges} = 2,9(7) \text{ k}\Omega$ und im zweiten Schwingkreis $R_{ges} = 4,2(13) \text{ k}\Omega$.

2.2 Schwingkreis Versuchsteil II

Zunächst soll die Selbstinduktivität der verwendeten Spule bestimmt werden. Grundlage hierfür ist die Thomson-Kirchhoffsche Schwingungsgleichung.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Leftrightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

Die Kapazität des Kondensators beträgt $0,01 \mu\text{F}$.

Als Erstes wurden für jeden Widerstand die Periodendauern bestimmt und gemittelt.

	$T_{0 \Omega} [\mu\text{s}]$			$\bar{T}_{0 \Omega} [\mu\text{s}]$	$T_{500 \Omega} [\mu\text{s}]$		$\bar{T}_{500 \Omega} [\mu\text{s}]$
63,0	62,4	63,8	63,2	63,1	70,0	55,2	62,6
	$T_{100 \Omega} [\mu\text{s}]$			$\bar{T}_{100 \Omega} [\mu\text{s}]$	$T_{700 \Omega} [\mu\text{s}]$		$\bar{T}_{700 \Omega} [\mu\text{s}]$
64,0	62,0	64,0	64,0	63,5	60,4	68,8	64,6

Die Selbstinduktivität L der Spule wird nun nach obiger Formel berechnet. Für T wird hierfür der gemittelte Wert $\bar{T}_{0 \Omega}$ verwendet, da der Schwingkreis nur ohne Dämpfung mit seiner Eigenfrequenz ω_0 schwingt.

Die Selbstinduktivität L der verwendeten Spule beträgt 10,1(2) mH.

Nun soll wie im ersten Versuchsteil aus T und k die Dämpfungskonstante β und aus dieser der Gesamtwiderstand R_{ges} bestimmt werden. k ist hierbei das Amplitudenverhältnis zweier aufeinanderfolgender Maxima. Die Dämpfungskonstante β berechnet sich aus

$$\beta = \frac{\ln k}{T}$$

Über die Formel

$$\beta = \frac{R_{ges}}{2L} \Leftrightarrow R_{ges} = 2L \cdot \beta$$

wird für jeden Widerstand der Gesamtwiderstand R_{ges} berechnet.

Werte für vier verschiedene Widerstände							
$R = 0 \Omega$							
Maxima [V]			k		$\bar{k}$	$\beta[kHz]$	$R_{ges} [\Omega]$
0,810	0,464	0,280	1,75	1,66	1,70(7)	8,4(8)	170(20)
$R = 100 \Omega$							
Maxima [V]			k		$\bar{k}$	$\beta[kHz]$	$R_{ges} [\Omega]$
0,400	0,160	0,072	2,50	2,22	2,36(20)	13,5(16)	272(38)
$R = 500 \Omega$							
Maxima [V]			k		$\bar{k}$	$\beta[kHz]$	$R_{ges} [\Omega]$
0,608	0,064		9,50		9,50	36,0	727
$R = 700 \Omega$							
Maxima [V]			k		$\bar{k}$	$\beta[kHz]$	$R_{ges} [\Omega]$
0,468	0,024		19,5		19,5	46,0	929

Es kann die Beziehung

$$R_{ges} = R + \frac{L}{R_v C} + R_{Spule}$$

hergeleitet werden, wobei der Vorwiderstand R_v fest mit 10 k Ω gegeben ist und der Ohmsche Widerstand der Spule R_{Spule} 70 Ω beträgt.

R [Ω]	R_{ges} aus Messwerten [Ω]	R_{ges} aus Formel [Ω]
0	170	171
100	272	271
500	727	671
700	929	871

2.3 Schwingkreis Versuchsteil III

Im dritten Versuchsteil wird nun die erzwungene Schwingung betrachtet. Für die Widerstände $0\ \Omega$, $300\ \Omega$ und $700\ \Omega$ sollen die Graphen der Resonanzspannungen, sowie der jeweiligen Phasendifferenzen in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz gezeichnet werden. Hierbei bedient man sich der sogenannten „Bode-Diagramme“, bei denen zu beachten ist, dass auf der y-Achse des jeweils ersten Diagramms das Zwanzigfache des dekadischen Logarithmus des Amplitudenverhältnisses aufgetragen wird und die Achse der Frequenz logarithmisch skaliert wird.

Die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ errechnet sich wie folgt aus der Laufzeitdifferenz Δt und der Periodendauer T :

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$$

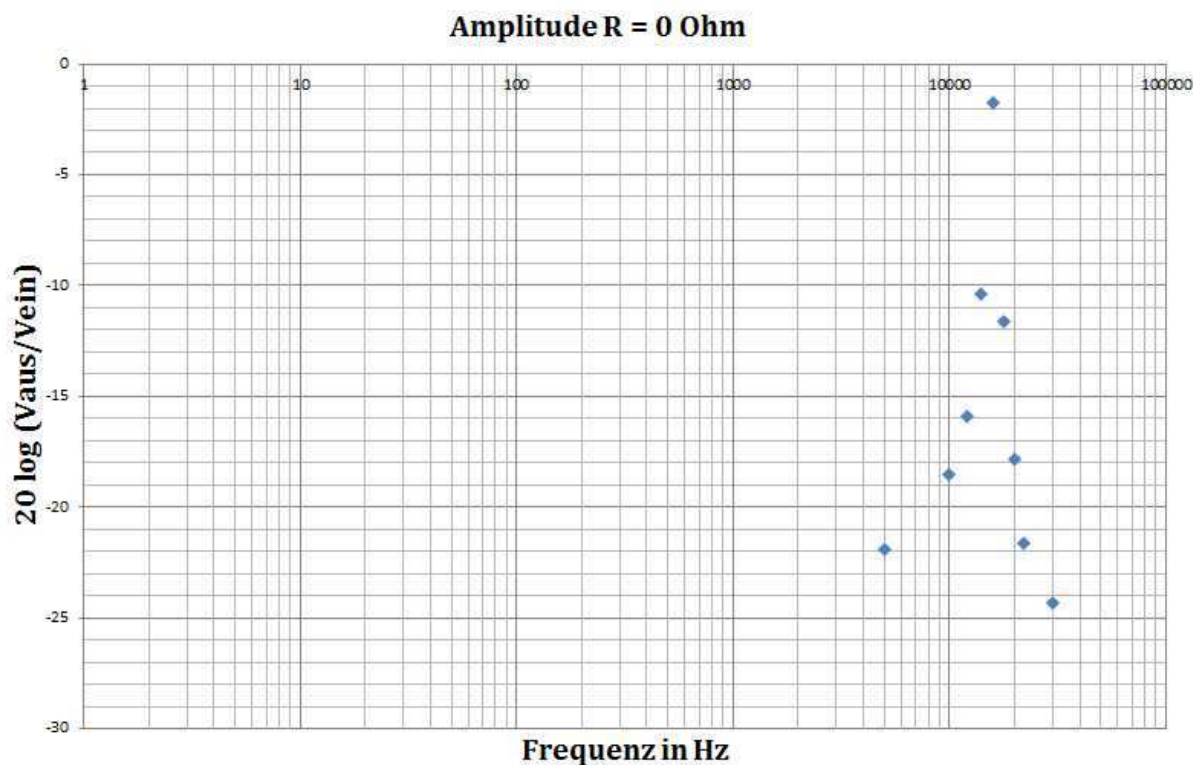


Abbildung 8: Bode-Diagramm 0 Ohm Amplitude

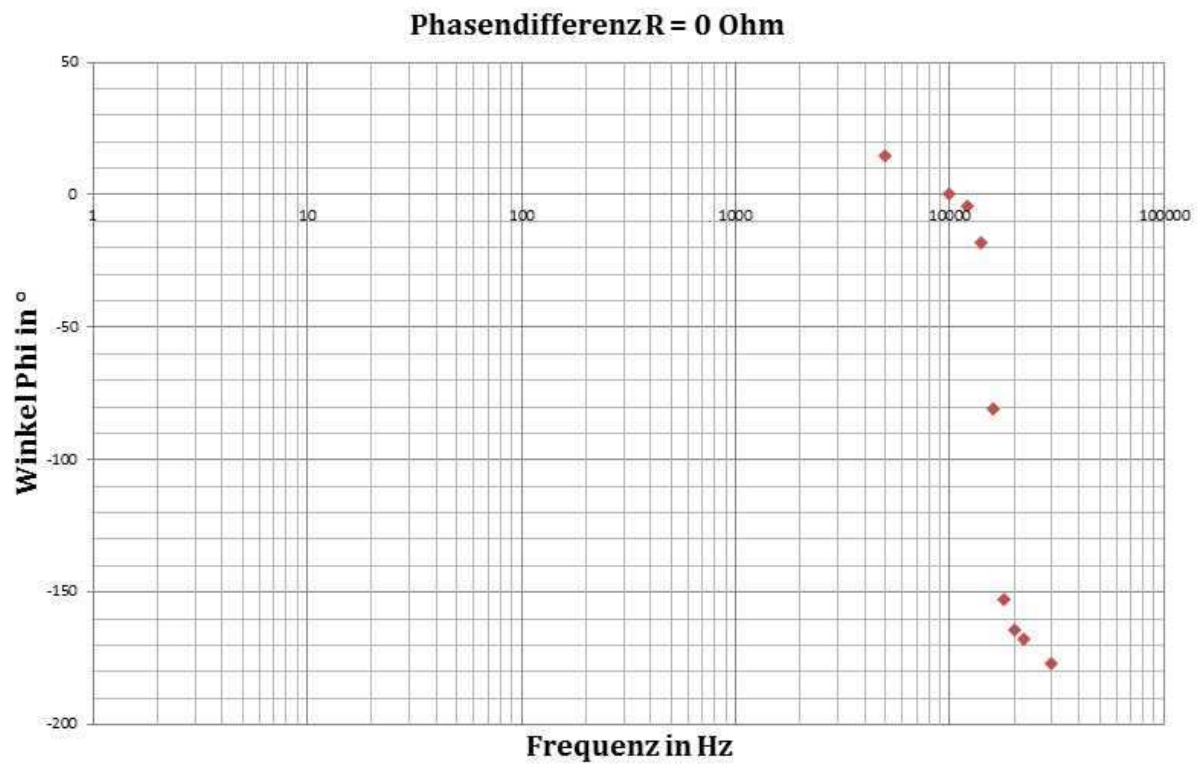


Abbildung 9: Bode-Diagramm 0 Ohm Phase

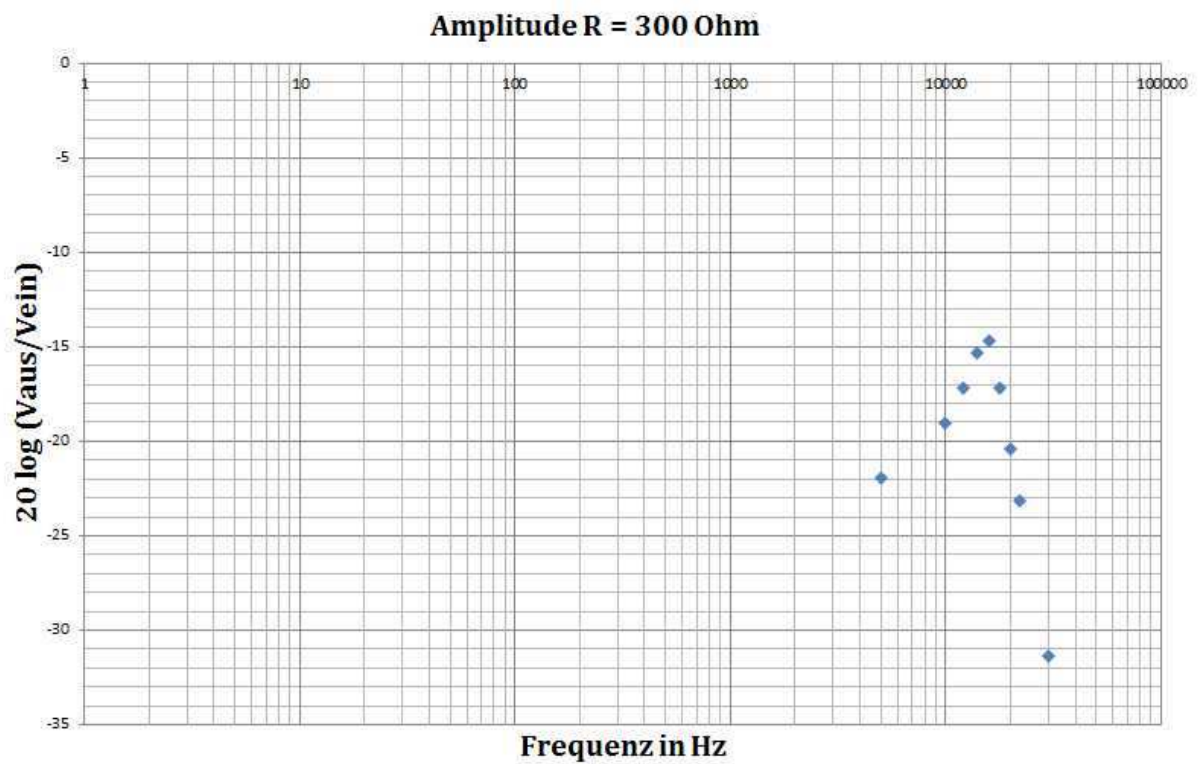


Abbildung 10: Bode-Diagramm 300 Ohm Amplitude

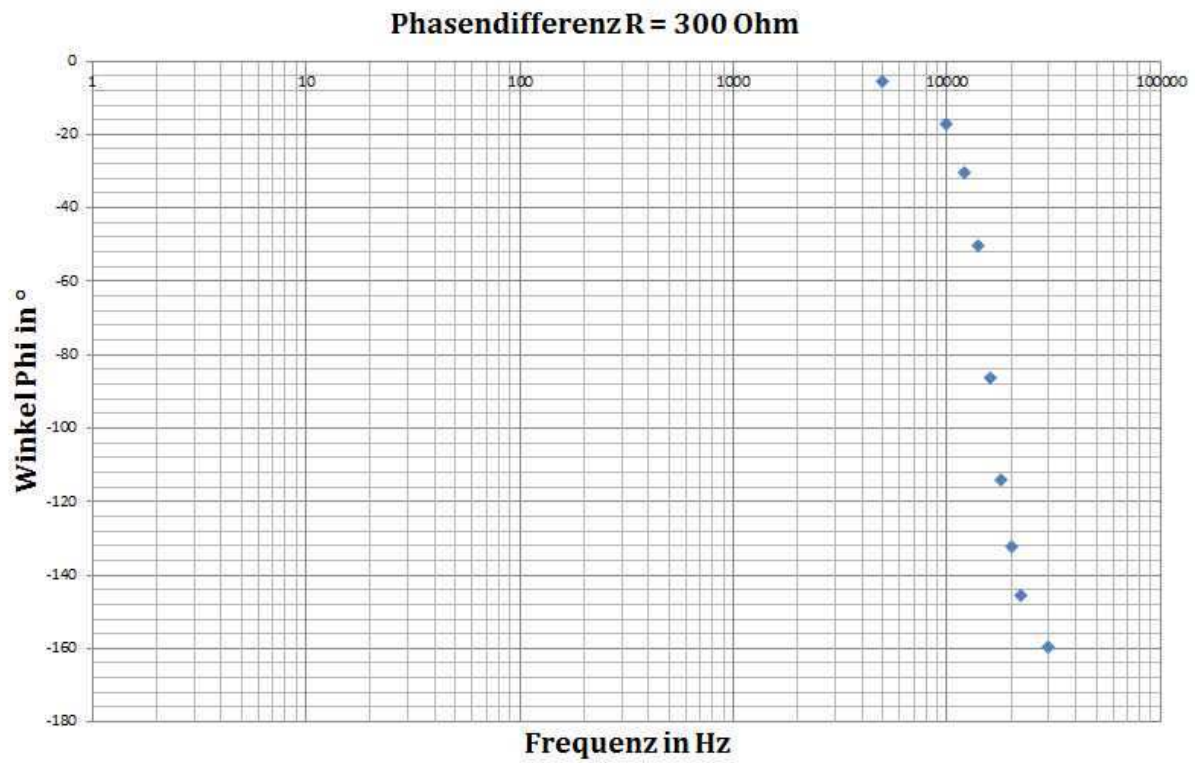


Abbildung 11: Bode-Diagramm 300 Ohm Phase

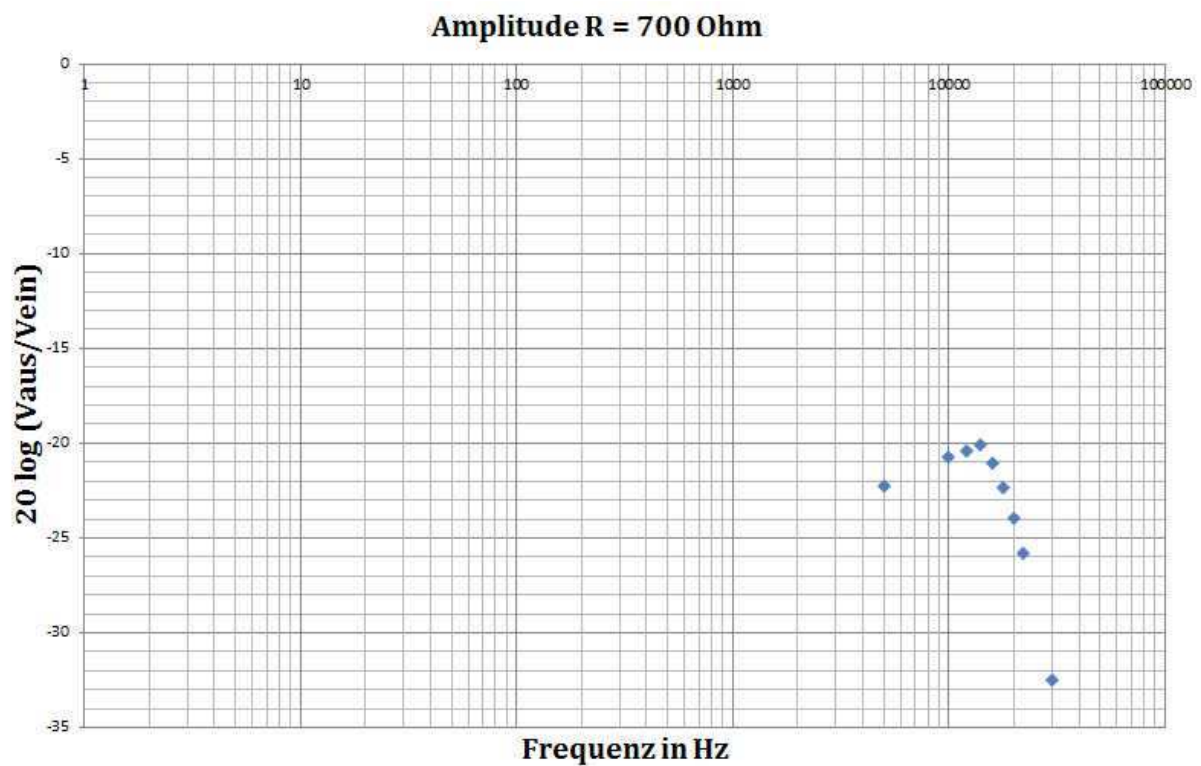


Abbildung 12: Bode-Diagramm 700 Ohm Amplitude

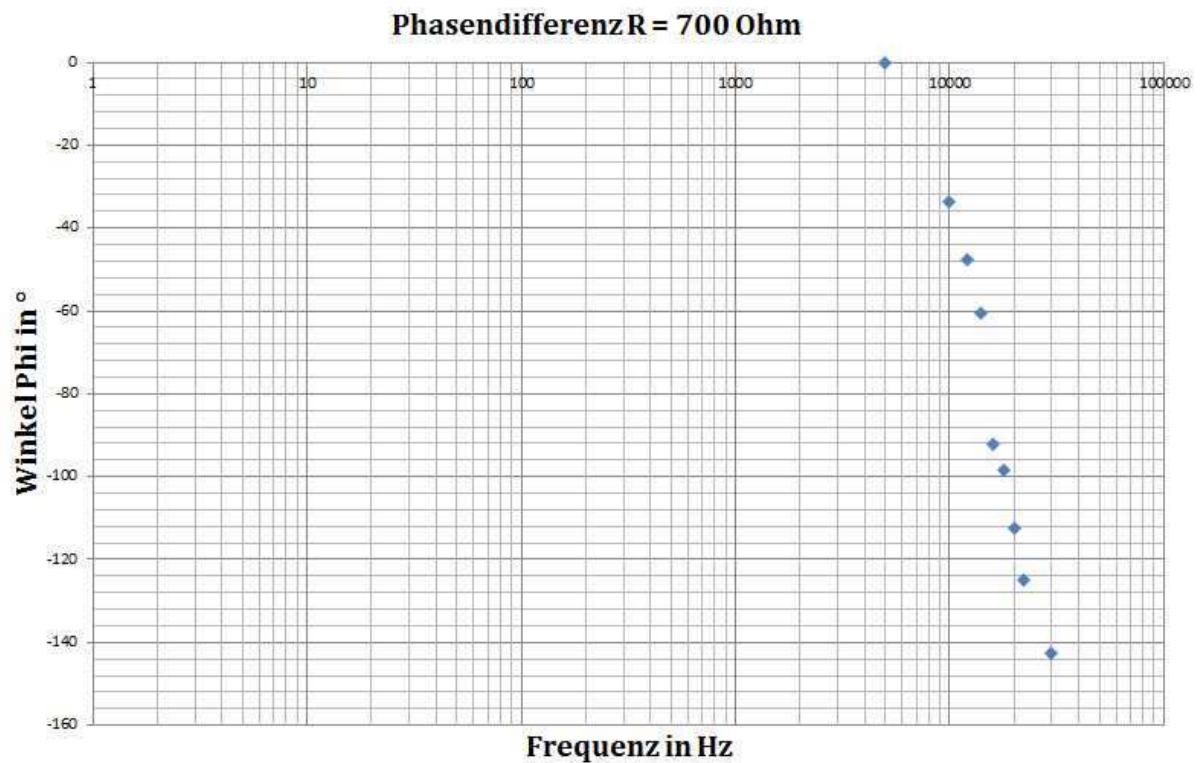


Abbildung 13: Bode-Diagramm 700 Ohm Phase

2.4 Auswertung Schwingungssiebe

Zunächst sollen die Durchlasskurven der RC-Siebe, sowie der LC-Siebe aufgezeichnet werden. Wie in der Auswertung des Schwingkreises werden hier die Bode-Diagramme benutzt, um den Sieb-Effekt deutlicher erkennen zu können.

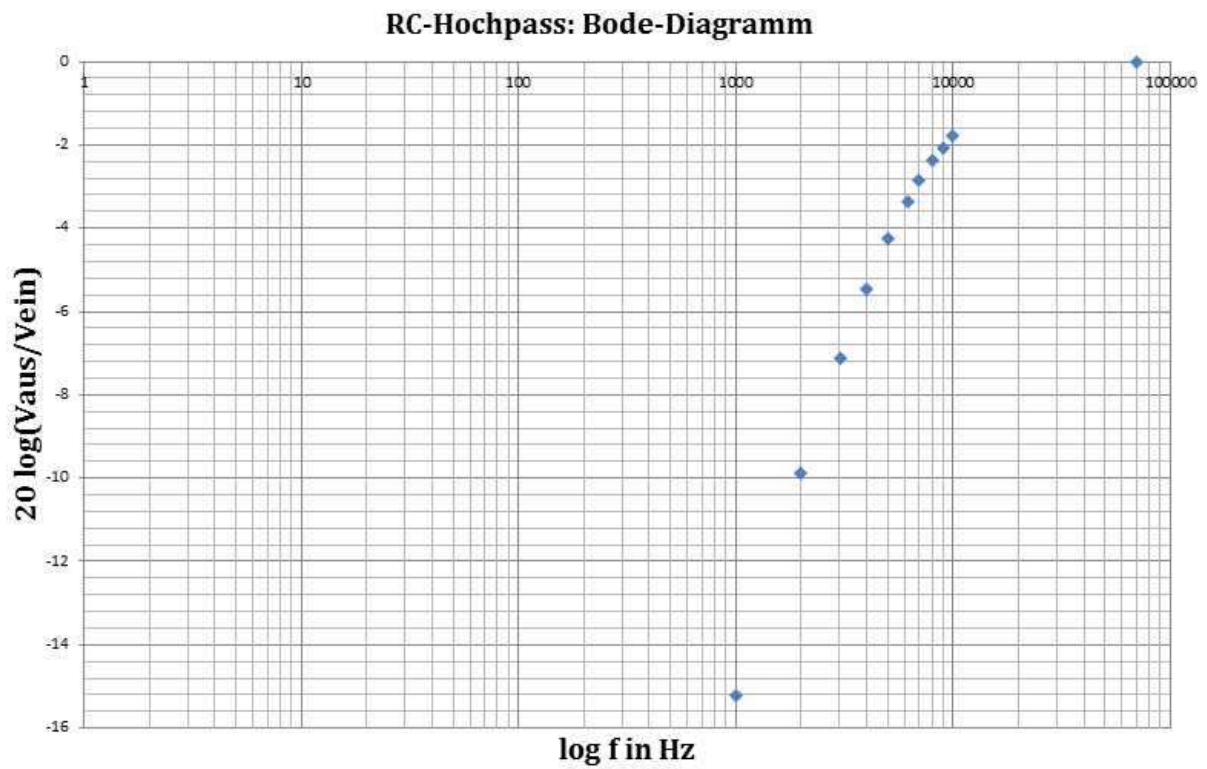


Abbildung 14: RC-Hochpass

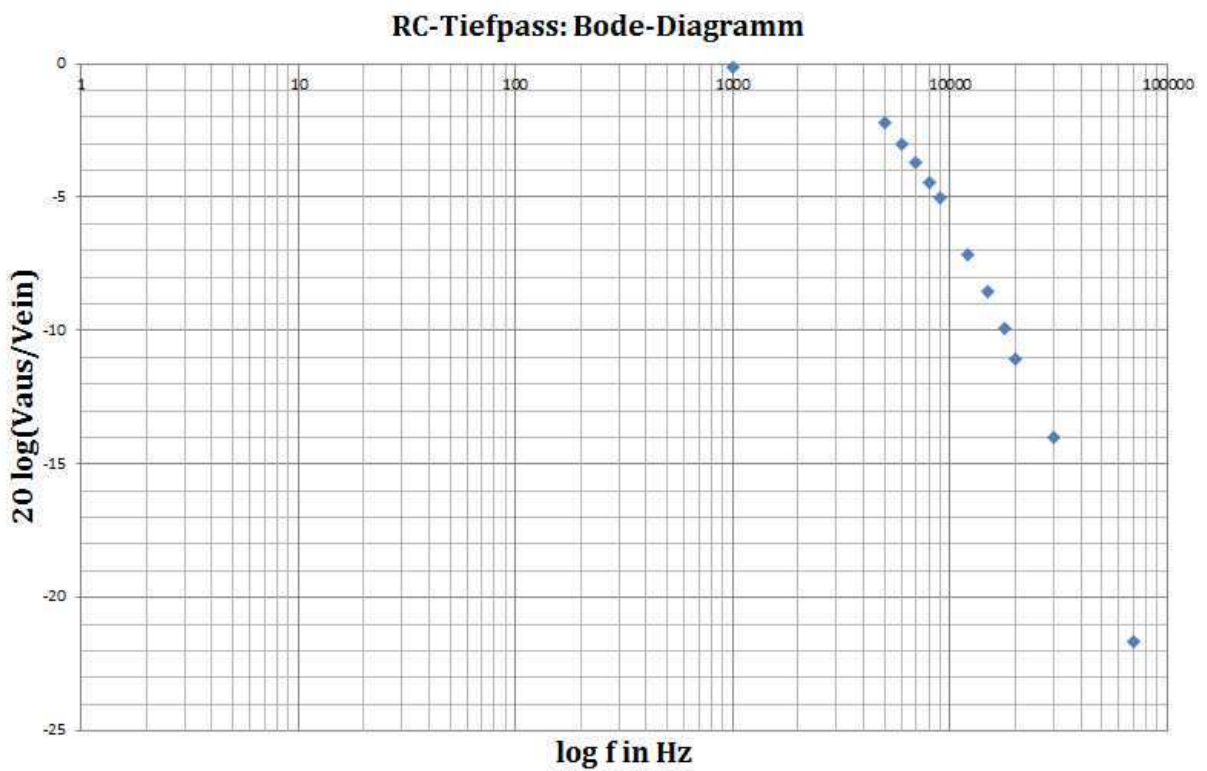


Abbildung 15: RC-Tiefpass

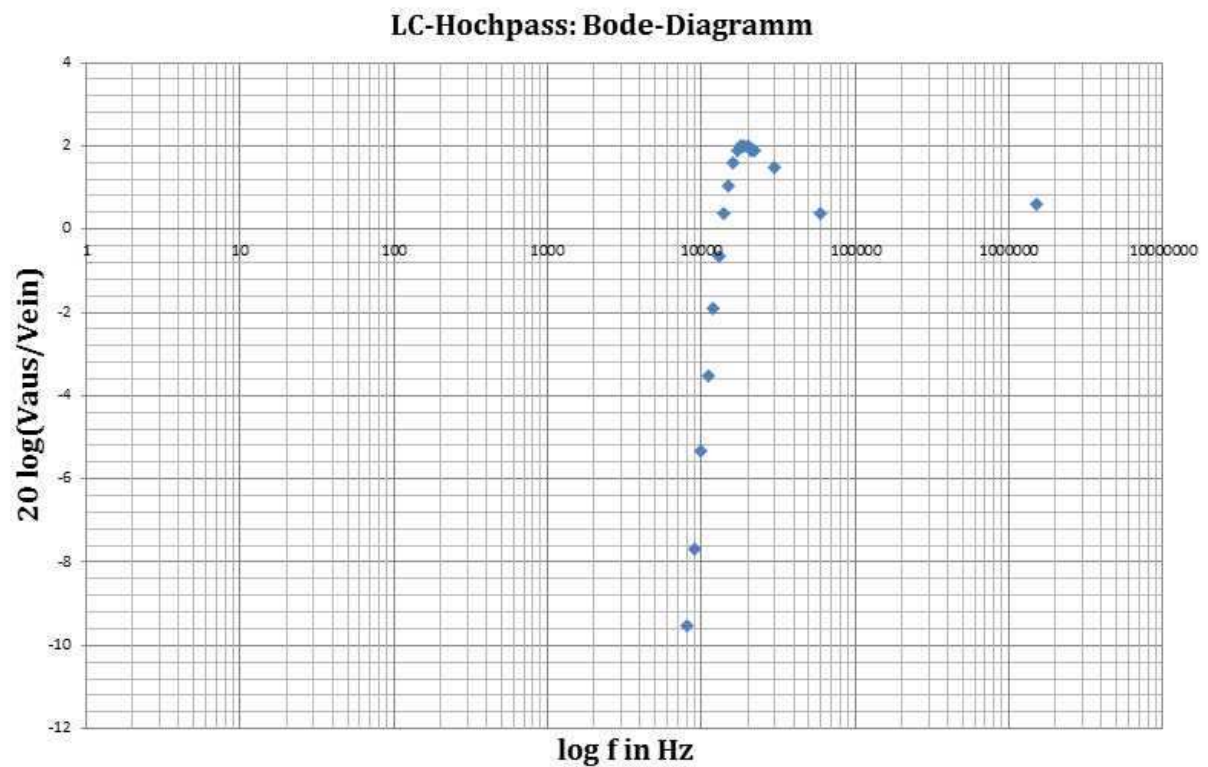


Abbildung 16: LC-Hochpass

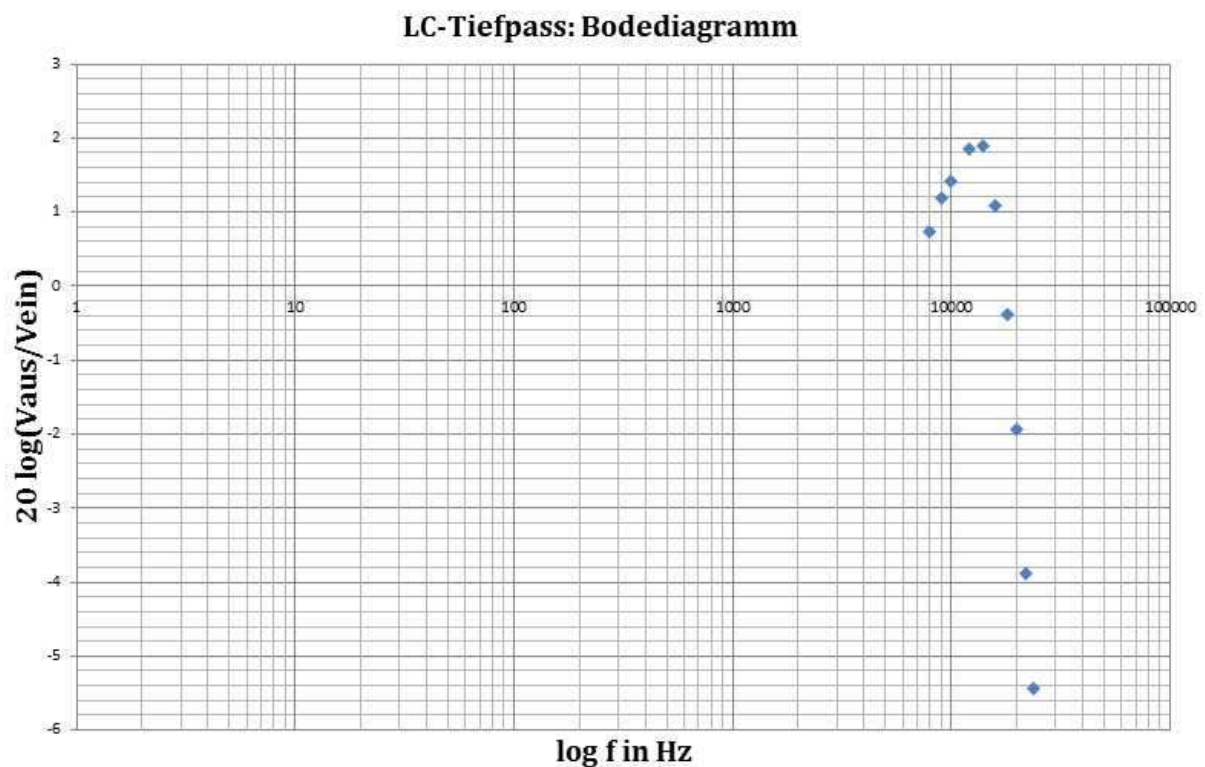


Abbildung 17: LC-Tiefpass

Als nächstes werden die Phasenverschiebungen bei allen vier Schaltungen betrachtet. Für die Grenzfrequenz f_0 , sowie für eine Frequenz viel kleiner bzw. viel größer als die Grenzfrequenz wurden die zeitlichen Verschiebungen Δt gemessen. Wie beim Schwingkreisversuch wird daraus mithilfe der Formel

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$$

die Phasenverschiebung berechnet.

	RC-Hochpass			RC-Tiefpass		
	$f \ll f_0$	$f = f_0$	$f \gg f_0$	$f \ll f_0$	$f = f_0$	$f \gg f_0$
f_0 [kHz]			6,0			
f [kHz]	0,06	6,0	600	0,06	6,0	600
Δt [μ s]	$3,8 \cdot 10^3$	21,2	0	380	20,0	0,4
$\Delta\varphi$	82°	46°	0°	8°	43°	91°

Für Messwerte weit unter der Grenzfrequenz beträgt die Phasenverschiebung beim RC-Hochpass also $\frac{\pi}{2}$, steigt für die Grenzfrequenz auf $\frac{\pi}{4}$ und konvergiert für noch größere Frequenzen gegen Null. Beim RC-Tiefpass ist der Verlauf der Phasenverschiebung entgegengesetzt.

	LC-Hochpass			LC-Tiefpass		
	$f \ll f_0$	$f = f_0$	$f \gg f_0$	$f \ll f_0$	$f = f_0$	$f \gg f_0$
f_0 [kHz]			15,3			
f [kHz]	0,153	15,3	1530	0,153	15,3	1530
Δt [μ s]	592	16,4	$8,4 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^3$	16,0	1,7
$\Delta\varphi$	33°	90°	46°	66°	88°	216°

In der Theorie beträgt die Phasenverschiebung beim LC-Hochpass 90° bei der Grenzfrequenz, 180° für viel niedrigere Frequenzen und 0° für viel höhere Frequenzen. Beim LC-Tiefpass ist die Phasenverschiebung ebenfalls 90° für die Grenzfrequenz, jedoch 0° bei viel geringeren Frequenzen und 180° bei viel höheren.

Nun wird das RC-Glied betrachtet. Experimentell wurde die Halbwertszeit $T_{1/2}$ bestimmt, nach der die Spannung am Kondensator auf die Hälfte des maximalen Wertes abgefallen ist. Anhand der Formel zur Entladung eines Kondensators kann dadurch die Zeitkonstante τ bestimmt werden.

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\frac{U(t)}{U_0} = e^{-\frac{1}{\tau}t} = \frac{1}{2}$$

$$\tau_{Exp} = -\frac{t}{\ln \frac{1}{2}}$$

Widerstand R	Halbwertszeit $T_{1/2}$ [μ s]	τ_{Exp} [μ s]
100	4,6 (5)	6,6(8)
300	10,6 (5)	15,3(8)
500	17,0 (5)	24,5(8)
700	22,6 (5)	32,6(8)
1000	31,4 (5)	45,3(8)

Die experimentell bestimmten Werte von τ sollen nun mit den zugehörigen theoretischen Werten verglichen werden. Die Formel hierzu lautet zur Erinnerung:

$$\tau_{Theo} = R \cdot C$$

Widerstand R	τ_{Exp}	τ_{Theo}
100	6,6	4,4
300	15,3	13,2
500	24,5	22,0
700	32,6	30,8
1000	45,3	44,0

Es fällt auf, dass die theoretischen Werte tendenziell niedriger als die experimentell erhaltenen Werte sind. Dies wird in der Fehlerdiskussion betrachtet werden.

Anschließend soll die Grenzfrequenz der RC-Siebschaltungen genauer betrachtet werden. Experimentell wurde die Grenzfrequenz auf 6 kHz festgelegt, da für diese Frequenz der RC-Hochpass und der RC-Tiefpass in etwa die gleiche Ausgangsspannung hatten. Berechnet man die Grenzfrequenz mit der Formel

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC},$$

so erhält man als theoretischen Wert $f_g = 6029$ Hz.

Ebenso wird bei den LC-Sieben verfahren. Im Experiment wurde die Grenzfrequenz zu 15,3 kHz bestimmt, aus demselben Grund wie oben. Im LC-Sieb gilt die von den Schwingkreisen bekannte Thomsonsche Schwingungsgleichung.

$$f_g = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Als theoretischer Wert ergibt sich $f_g = 100,7$ kHz.

3. Fehlerrechnung

a. Grundformeln der Fehlerrechnung

Häufig wurden viele Messergebnisse gemittelt. Rechnet man mit dem Mittelwert, so wird für den Messfehler die Standardabweichung σ_x betrachtet, welche den mittleren Messfehler pro Messung angibt.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Für die weitere Auswertung benötigt man die Formel zur Fehlerfortpflanzung.

Sei q eine aus den Messwerten $x, \dots, z$ zu errechnende Größe. $x, \dots, z$ seien mit den Unsicherheiten $\delta x, \dots, \delta z$ behaftet. Dann gilt:

$$\delta q = \left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| \delta x + \dots + \left| \frac{\partial q}{\partial z} \right| \delta z$$

wobei $\frac{\partial q}{\partial x}$ die partielle Ableitung der Funktion q nach x ist.

b. Fehlerdiskussion Schwingkreis

Versuchsteil I

Hier wurden die Amplituden und Periodendauern aus den Ergebnissen des yt-Schreibers ausgemessen. Es wird eine Ungenauigkeit von $\delta x = 1\text{mm}$ angenommen. Hierbei gilt also für den relativen Fehler:

$$\frac{\delta x}{x} = \frac{\delta T}{T} = \frac{\delta f}{f}$$

Der yt-Schreiber hat eine Auflösung von $1 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$, woraus sich mit der angenommenen Ungenauigkeit für die Amplituden ein Fehler von $\delta U = 0,1 \text{ V}$ ergibt. Bei den gemittelten Strecken zur Ablesung der Periodendauer wird die Standardabweichung betrachtet:

	$\bar{x} [\text{cm}]$	σ_x
1	4,6	0,27
2	3,1	0,19

Die Amplitudenverhältnisse wurden wieder gemittelt, also wird auch hier mit der Standardabweichung gerechnet.

	$\bar{k}$	σ_k
1	2,6	0,37
2	2,8	0,58

Für den Fehler der Dämpfungskonstante β ergibt sich nach den Regeln der Fehlerfortpflanzung:

$$\delta\beta = \ln k \cdot \delta f + \frac{f}{k} \cdot \delta k$$

Für die Dämpfungskonstante – und aufgrund der festen Induktivität L für den Widerstand – ergibt sich so ein Fehler von 23 % bzw. 30 %.

Der große Fehler kann zum Beispiel durch unbeabsichtigte Stöße und Erschütterungen während der Aufzeichnungen zu erklären sein, da der yt-Schreiber sehr sensibel gelagert ist. So würde eventuell das gleichzeitige Schreiben am selben Tisch bereits die Messung verfälschen.

Versuchsteil II

Auch hier wird für die gemittelten Periodendauern die Standardabweichung berechnet.

	$\bar{T}$ [μs]	σ_T
0 Ω	63,1	0,6
100 Ω	63,5	1,0
500 Ω	62,6	10,5
700 Ω	64,6	5,9

Bei den hohen Widerständen fällt bereits jetzt auf, dass die Messung äußerst ungenau wird.

Für die Selbstinduktivität L ergibt sich dann als Messfehler

$$\delta L = \frac{2\bar{T}_0}{4\pi^2 C} \cdot \delta\bar{T}_0 = 1,9 \cdot 10^{-4} H.$$

Die relative Unsicherheit der Selbstinduktivität beträgt also 1,9 %.

Auch für die Amplitudenverhältnisse k wird die Standardabweichung berechnet. Für die Widerstände 500 Ohm und 700 Ohm konnte jeweils nur ein Wert für k bestimmt werden, weswegen der Fehler hier nicht über die Standardabweichung errechnet werden kann. Aus den Standardabweichungen der Periodendauern wird ersichtlich, dass die Messergebnisse bei solch hohen Widerständen aufgrund ihrer Ungenauigkeit schon kaum mehr ausgewertet werden können.

	$\bar{k}$	σ_k
0 Ohm	1,71	0,06
100 Ohm	2,36	0,20

Die Ungenauigkeit der Dämpfungskonstanten β wird nach derselben Formel wie in Versuchsteil I berechnet. Addiert man die relativen Fehler der Selbstinduktivität und der Dämpfungskonstanten, so ergibt sich für den Gesamtwiderstand ein Fehler von 11,4 % für 0 Ohm und 13,8 % für 100 Ohm.

In Anbetracht der vielen Fehlerquellen sind dies annehmbare Ergebnisse. Vergleicht man die experimentell erhaltenen Ergebnisse mit denen aus der theoretisch hergeleiteten Formel, so ergeben sich für die beiden errechneten Widerstände Abweichungen von unter 1 %.

c. Fehlerdiskussion Schwingungssiebe

RC-Glied

Beim Ablesen der Halbwertszeiten wird pauschal eine Ungenauigkeit von 0,5 μ s angenommen. Dadurch ergeben sich die folgenden prozentualen Messfehler:

R [Ω]	$\frac{\delta\tau}{\tau}$	$\left \frac{\tau_{exp} - \tau_{theo}}{\tau_{exp}} \right $
100	12,1 %	33,3 %
300	5,2 %	13,7 %
500	3,3 %	10,2 %
700	2,5 %	5,5 %
1000	1,8 %	2,9 %

Es fällt auf, dass die gemessenen Zeitkonstanten mit zunehmendem Widerstand R immer näher an die errechneten Zeitkonstanten heranreichen. Bei größerem Widerstand ist unsere Messung also genauer geworden. Das liegt u.a. daran, dass mit größerem bewusst gewähltem Ohmschen Widerstand der unerkannt auftretende Ohmsche Widerstand, der durch die Anschlüsse und Leitungen vorliegt, vergleichsweise geringer wird.

Bei den RC-Sieben wurden insgesamt sehr gute Messergebnisse erhalten. Sowohl die Amplituden- und Phasenverläufe entsprechen den theoretischen Überlegungen, als auch die Beobachtungen zur Grenzfrequenz.

Beim Vergleich der theoretischen und der experimentellen Grenzfrequenzen ergibt sich für das RC-Sieb ein gutes Ergebnis (Abweichung von 0,5 %). Beim LC-Sieb ist jedoch die

theoretisch errechnete Grenzfrequenz um ein Vielfaches höher. An dieser Stelle und beim Betrachten der Phasenverschiebungen wird klar, dass die Messergebnisse bei den LC-Sieben äußerst ungenau war. Nicht berücksichtigte Ohmsche Widerstände der Anschlüsse und Stromleiter, unbeabsichtigte Induktivitäten durch verwickelte Kabelführung, ebenso wie die nicht angegebenen Messungenauigkeiten der verwendeten Bauteile führen dazu, dass die theoretischen Grundlagen in diesem Bereich nur oberflächlich bestätigt werden können. Jedoch zeigen die Bodediagramme recht gut den Amplitudenverlauf, insbesondere die Sieb-Wirkung: beim Hochpass werden die niedrigen Frequenzen herausgeschnitten, beim Tiefpass werden die hohen Frequenzen nicht durchgelassen.

Quellenverzeichnis

- Bernd-Uwe Runge: "Script - Physikalisches Anfängerpraktikum", S. 497 - 512
- Bernd-Uwe Runge: "Script - Physikalisches Anfängerpraktikum", S. 651 – 667
- <http://wikipedia.org>
- <http://www.google.de/imgres?q=kondensator+entladekurve&num=10&um=1&hl=de&safe=off&client=safari&rls=en&biw=1366&bih=605&tbm=isch&tbnid=SMituK4TTAwGbM:&imgrefurl=http://home.arcor.de/wetec/rechner/cclad.htm&docid=HtFVcUMLeBlxsM&imgurl=http://home.arcor.de/wetec/rechner/centladekurve.png&w=350&h=250&ei=J6rIT93pBcTrsgbjptyiDg&zoom=1&iact=hc&vpx=117&vpy=284&dur=137&hovh=190&hovw=266&tx=140&ty=101&sig=101288997687796519220&sqi=2&page=1&tbnh=132&tbnw=179&start=0&ndsp=21&ved=1t:429,r:7,s:0,i:83>
- http://epzilon.org/facharbeit/images/elektromagnetischer_schwingkreis.png
- <http://www.pit.physik.uni-tuebingen.de/praktikum/nwhtml/resonanz/resopaw.gif>
- <http://www.hobby-bastelecke.de/bilder/messen/oszilloskop.gif>